Bibliografıa

- Hamilton. Lógica para Matemáticos. Capıtulo 3

- Pons, Rosenfeld, Smith. Lógica para Informática. Capıtulo 2

Temario

- Lógica de Predicados. Lenguajes de primer orden. Sintaxis: términos y fórmulas bien formadas. Representación del conocimiento.

Ejercicios

1. Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden las siguientes afirmaciones:

i Algunas aves no vuelan.

Voy a intentar expresarlo según lo que vi en la teoría.

La frase es:

“Algunas aves no vuelan”.

A esta la podemos reformular como:

“Existe al menos un ave que no vuela”

En un lenguaje un poco mas artificial la podemos definir como:

“Existe al menos un objeto x, tal que x es un ave y x no vuela”

Lo podemos expresar como:

(∃x)(P11(x)∧(¬P21(x)))

(∃x) es el cuantificador que indica que existe algún x.

P11(x) significa “x es un ave”.

P21(x) significa “x vuela”.

Finalmente se vuelve evidente que toda la frase expresa:

“Existe al menos un objeto x, tal que x es un ave y x no vuela”

.: También expresa:  
“Existe al menos un ave que no vuela”

.: Finalmente expresa:  
“Algunas aves no vuelan”.

ii No todas las aves vuelan.

Esta vez voy a ir directo al grano.

Queremos expresar:

“No todas las aves vuelan”

Lo expresamos como

¬(Vx)(P11(x)→P21(x))

Donde los predicados tienen el mismo significado que en el ejercicio anterior.

Analizar la relación entre ambas. Mostrar como se puede transformar una expresión en la otra.

Partimos del segundo, que es:

¬(Vx)(P11(x)→P21(x))

Por equivalencia lógica esto es equivalente a:

¬(Vx)((¬P11(x))vP21(x))

Por ley de morgan lo transformamos en:

¬(Vx)¬(P11(x)∧(¬P21(x)))

Sabemos que en este caso ¬(Vx)¬ es equivalente a (∃x).

2. Escribir las siguientes proposiciones usando un lenguaje de predicados de primer orden:

i El cero es el menor natural.

P11(x)=x es un natural

P12(y,x)=y es menor que x

c1=cero

(Vx)(P11(x)→P12(c1,x))

ii El conjunto vacío está incluido en cualquier conjunto.

“Para todo x, x es un conjunto entonces x incluye a vacío”

P11(x)=x es un conjunto

P12(y,x)= x incluye a y

c1= conjunto vacío

(Vx)(P11(x)→P12(c1,x))

iii Si se prueba una propiedad para el cero y luego se prueba que esa misma propiedad vale para el numero n+1 si vale para n, entonces se ha probado que la propiedad vale para cualquier natural.

P11(x)=x es una propiedad

P21(x)=x es un natural

P12(y,x)=y cumple x

c1=cero

c2= n

f11(x)=sucesor de n

(Vx)((P11(x)∧P12(c1,x)∧(P12(c2,x)→P12(f11(c2),x)))→(Vy)(P21(y)→P12(y,x)))

¿Está bien usar 2 variables de esta forma?

iv Si hay un numero natural que cumple una cierta propiedad, entonces hay un mínimo natural que cumple esa propiedad.

P11(x)=x es un natural

P21(x)=x es una propiedad

P31(x)=x es un mínimo

P12(x,y)=x cumple y

(Vy)(P21(y)→((∃x)(P11(x)∧P12(x,y))→((∃z)(P11(z)∧P31(z)∧P12(z,y))))

¿Está bien usar el para toda propiedad?¿está bien anotar el mínimo así?

3. Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a las siguientes situaciones:

i Ningun dragón que viva en un zoológico es feliz. Cualquier animal que encuentre gente amable es feliz. Las personas que visitan los zoológicos son amables. Los animales que viven en zoológicos encuentran personas que visitan zoológicos. Encontrar suposiciones adicionales que permitan concluir que ningún dragón vive en un zoológico.

P11(x)=x es un dragón.

P21(x)=x vive en el zoológico.

P31(x)=x es feliz

P41(x)=x es un animal.

P51(x)=x visita los zoológicos.

P61(x)=x es una persona.

P71(x)=x es amable.

P12(x,y)=x se encuentra con y.

PREMISAS

“Ningun dragón que viva en un zoológico es feliz”.

(Vx)((P11(x) ∧ P21(x)) → (¬P31(x)))

“Cualquier animal que encuentre gente amable es feliz”.

(Vx)((P41(x) ∧ (∃y)(P61(y) ∧ P71(y) ∧ P12(x,y))) → P31(x))

“Los animales que viven en zoológicos encuentran personas que visitan zoológicos”.

(Vx)((P41(x) ∧ P21(x)) → (∃y)(P51(y) ∧ P61(y) ∧ P12(x,y)))

Encontrar suposiciones adicionales que permitan concluir que ningún dragón vive en un zoológico

Estas suposiciones serían:

“Los dragones son animales”

(Vx)((P11(x) → P41(x))

“La gente que visita los zoológicos es amable”.

(Vx)((P61(x) ∧ P51(x)) → P71(x))

CONCLUSIÓN

Con estas suposiciones podemos suponer que no hay dragones que vivan en un zoológico, lo demostrare por el absurdo:

Asumiremos que es cierto P11(x) y P21(x) (x es un dragón y x vive en un zoológico)

Sabemos que un dragón es un animal

(Vx)((P11(x) → P41(x))

Por lo tanto por MP es cierto que P41(x)

entonces si este vive en un zoológico entonces debe encontrar gente que visita el zoológico

(Vx)((P41(x) ∧ P21(x)) → (∃y)(P51(y) ∧ P61(y) ∧ P12(x,y)))

Por lo tanto por MP es cierto que (∃y)(P51(y) ∧ P61(x) ∧ P12(x,y))

Para que eso sea cierto P51(y) ∧ P61(y) deben ser ciertos

sabemos que la gente que visita los zoológicos es amable

(Vy)((P61(y) ∧ P51(y)) → P71(y))

Por lo tanto por MP es cierto que P71(y)

si al animal lo visita gente amable entonces es feliz

(Vx)((P41(x) ∧ (∃y)(P61(y) ∧ P71(y) ∧ P12(x,y))) → P31(x))

Por lo tanto por MP es cierto que P31(x) (“x es feliz”)(sabemos que x es un dragón)

Como el dragón es un animal entonces el dragón deberá ser feliz, pero sabemos que los dragones no son felices en los zoológicos.

(Vx)((P11(x) ∧ P21(x)) → (¬P31(x)))

Por MP obtenemos que es cierto que ¬P31(x), pero ya sabemos que es cierto que P31(x)

.: Esta situación es ABSURDA. (ya que el conjunto de hipótesis no es consistente, ya que demostramos que P31(x) y también que ¬P31(x))

Por tanto los dragones no pueden vivir en zoológicos

ii Todo peluquero afeita a todo aquel que no se afeita a sí mismo. Ningún peluquero afeita a alguien que se afeite a sí mismo. Con el conocimiento disponible, ¿se puede deducir que los peluqueros no existen?

P11(x)=x es un peluquero.

P21(x)=x se afeita.

P12(x,y)=x afeita a y.

PREMISAS

“Todo peluquero afeita a todo aquel que no se afeita a sí mismo”.

(Vx)(((P11(x) ∧ (∃y)(¬P21(y))) → P12(x,y))

¿Está bien que el “para todo” englobe todo pero el “existe” no?

“Ningún peluquero afeita a alguien que se afeite a sí mismo”.

(Vx)(((P11(x) ∧ (∃y)(P21(y))) → (¬P12(x,y)))

CONCLUSIÓN

Con el conocimiento disponible, ¿se puede deducir que los peluqueros no existen?

Solo si no existe persona que no se afeita, pero eso no está incluido en el conocimiento disponible.

iii Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno. Del mismo modo, si alguien hace algo malo, es malo. Sebastian ayuda a su madre y también miente algunas veces. Mentir es malo y ayudar es bueno. Determinar si con el conocimiento disponible es posible deducir que Sebastian es bueno.¿Y es posible deducir que es malo?

P11(x)=x hace algo bueno.

P21(x)=x hace algo malo.

P31(x)=x es bueno.

P41(x)=x es malo.

P51(x)=x ayuda a su madre.

P61(x)=x miente.

P71(x)=x es Sebastian.

PREMISAS

“Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno”.

(Vx)(((P11(x) → P31(x))

“Si alguien hace algo malo, es malo”.

(Vx)(((P21(x) → P41(x))

“Sebastian ayuda a su madre y también miente algunas veces”.

(Vx)(P71(x) → P51(x) ∧ P61(x))

“Mentir es malo y ayudar es bueno”.

(Vx)(P61(x)→P41(x)) ∧ (Vx)(P51(x)→P31(x))

CONCLUSIÓN

Determinar si con el conocimiento disponible es posible deducir que Sebastian es bueno.¿Y es posible deducir que es malo?

Si, pero tambien se puede deducir que es bueno, ya que no son mutuamente excluyentes

¿Es lo que querían?